

## 矢量地图的一种自动校正算法

郭杰华 姚振旺 鲍远律 张旺生  
(中国科技大学自动化系 230027, 安徽合肥)

**摘要** 本文讨论了从实用的角度出发, 采用系统辨识工程最优化方法, 如何较好地校正矢量数字地图数字化过程中的误差问题。既使得所用的控制点尽量少, 又保证了校正的精度和速度。并用之于合肥市数字地图的校正, 取得了满意的结果。

**关键词** GPS, GIS, 矢量地图, 映射, 寻优, 辨识

### 一、引言

自从十九世纪六十年代世界上第一个GIS(Geographic Information System)应用系统-加拿大地理信息系统诞生以来, 有关方面的研究日新月异。在八十年代末, 美国军方一定程度上开放了GPS(Global Positioning System)技术, 使得GIS更是蓬勃发展。地理信息系统顾名思义是以建立在数字地图之上的空间数据模型为系统的基础, 所以数字地图是整个系统的基石。数字地图的准确性直接关系到系统提供的资料的准确度以及由此作出的决策的效能。本文提出了一种利用多个控制点的自动校正矢量数字地图的算法。

### 二、数学模型抽象

矢量地图的实质是一系列相关的点组。待校正和精确的数字地图都分别是一系列相关的点组。

记待校正数字地图为 $\{\{a_1, a_2, a_3, \dots\}, \{b_1, b_2, b_3, \dots\}, \dots\}$ ;

精确的数字地图为 $\{\{a_{01}, a_{02}, a_{03}, \dots\}, \{b_{01}, b_{02}, b_{03}, \dots\}, \dots\}$ ;

则校正的问题就是要找到一个映射 $P(\cdot)$ 把 $\{\{a_1, a_2, a_3, \dots\}, \{b_1, b_2, b_3, \dots\}, \dots\}$ 映射成 $\{\{a_1', a_2', a_3', \dots\}, \{b_1', b_2', b_3', \dots\}, \dots\}$ 使得 $\{\{a_1', a_2', a_3', \dots\}, \{b_1', b_2', b_3', \dots\}, \dots\}$ 所构成的图廓与 $\{\{a_{01}, a_{02}, a_{03}, \dots\}, \{b_{01}, b_{02}, b_{03}, \dots\}, \dots\}$ 所构成的图廓的偏差最小。

做一步简化, 不考虑点的插入与删除, 则 $P(\cdot)$ 是一一映射:

$$a_i' = P(a_i);$$

$$b_i' = P(b_i);$$

...

图廓偏差的误差函数取为:

$$J = E_{a_i} + E_{b_j} + \dots$$

其中,  $E_{a_i} = D(a_{0i}, a_i')$ ;  $E_{b_j} = D(b_{0j}, b_j')$ ; ...  $D(\cdot, \cdot)$  为距离函数;

综上, 问题表述为:

有两组数  $\{\{a_1, a_2, a_3, \dots\}, \{b_1, b_2, b_3, \dots\}, \dots\}$ ; 和

$$\{\{a_{01}, a_{02}, a_{03}, \dots\}, \{b_{01}, b_{02}, b_{03}, \dots\}, \dots\};$$

寻找一个一一映射 $P(\cdot)$ , 使得 $\{\{a_1, a_2, a_3, \dots\}, \{b_1, b_2, b_3, \dots\}, \dots\}$ 经过 $P(\cdot)$ 的映射后得到的数列 $\{\{a_1', a_2', a_3', \dots\}, \{b_1', b_2', b_3', \dots\}, \dots\}$ 满足

$$\text{Min } \{J = E_{a_i} + E_{b_j} + \dots\}$$

其中,  $E_{a_i} = D(a_{0i}, a_i')$ ;  $E_{b_j} = D(b_{0j}, b_j')$ ; ...  $D(\cdot, \cdot)$  为距离函数;

这其实是一个系统辨识最优化问题。

### 三、校正算法

从上面的数学模型中,我们已经知道问题的数学抽象就是一个系统辨识最优化问题,问题的关键在于两点:辨识P(.)和对目标函数J的最小化。

### 1、辨识P(.)

从系统辨识观点来看,P(.)就是一个系统的传递函数,因此确定P(.)的经典辨识方法是利用一系列的‘输入’和‘输出’数据来辨识,但这样做需要大量的‘输入’和‘输出’数据,这在实用性上并不合适。事实上,我们可以采取其他方法。

我们先来看看数字地图误差的主要来源。数字地图的数据是通过纸质地图数字化而得到,因此就存在地图比例尺问题;其次在纸质地图数字化过程中,地图摆放平整与否也决定了数字化数据的准确性;数字化过程中的局部偶然误差也是误差的一个主要来源;当然纸质地图本身的误差更是误差主要来源,它将完全带入数字化后的数字地图中。从上面分析可见:误差主要是对地图的拉伸和旋转,至于第三种、第四种误差由于是局部的、偶然性的误差,可以通过把地图划分成足够小的块,使得在小块中的误差近似线性。

而对于线性误差(拉伸和旋转)可以利用坐标变换很好地加以校正。

为此,令  $P(.)=P1(.) * P2(.);$

其中,P1(.)表示直角坐标变换,校正拉伸误差:

$$P1(.): \begin{cases} X' = K_x \cdot X + r_x \\ Y' = K_y \cdot Y + r_y \end{cases} \quad (X,Y) \text{为直角坐标}$$

$k_x, k_y$ 分别为两轴的放大倍数

$r_x, r_y$ 分别为两轴的平移量

P2(.)表示极坐标变换,校正旋转误差:

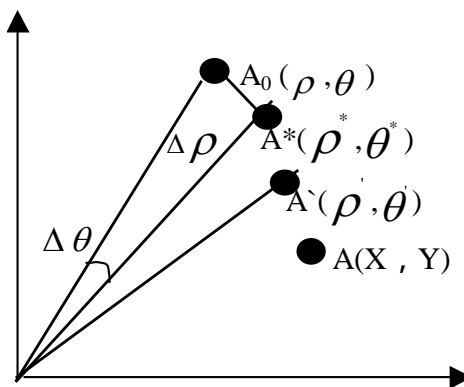
$$P2(.): \begin{cases} \theta^* = K_\theta \cdot \theta' + r_\theta \\ \rho^* = K_\rho \cdot \rho' + r_\rho \end{cases} \quad (\rho, \theta) \text{为极坐标}$$

$k_\rho, k_\theta$ 分别为两轴的放大倍数

$r_\rho, r_\theta$ 分别为两轴的平移量

另外,旋转的校正本来是与极点的选取关系密切的,但由于P1(.)中包含了平移因子 $r_x, r_y$ ,所以可以取直角坐标系原点为极点,就能校正所有的旋转误差。

上述变换P(.)的图示如下:



$A_0$ 是一个精确的点,  $A(X, Y)$ 是带调整的点,  $A^*$ 为调整后的点。其间经过两个步骤:

P1(.) : 将  $A$  调整到  $A'$

放缩和平移:

$$\begin{cases} X' = K_x \cdot X + r_x \\ Y' = K_y \cdot Y + r_y \end{cases}$$

P2(.) : 将  $A'$  调整到  $A^*$

$$\begin{aligned} \text{旋转: } \theta^* &= K_\theta \cdot \theta' + r_\theta \\ \rho^* &= K_\rho \cdot \rho' + r_\rho \end{aligned} \quad \text{其中: } \begin{aligned} \rho' &= \sqrt{(K_x \cdot X + r_x)^2 + (K_y \cdot Y + r_y)^2} \\ \theta' &= \arctg \frac{K_y \cdot Y + r_y}{K_x \cdot X + r_x} \end{aligned}$$

因此需确定的变量是： $V = [K_x \quad r_x \quad K_y \quad r_y \quad K_\theta \quad r_\theta \quad K_\rho \quad r_\rho]^T$ ；V 的确定通过下步对目标函数的最小化而得到。

## 2、目标函数最优化

前面已经提到，目标函数形式为：

$$\text{Min } \{J = E_{ai} + E_{bj} + \dots\},$$

其中， $E_{ai} = D(a_{0i}, a_i)$ ； $E_{bj} = D(b_{0j}, b_j)$ ；...  $D(\dots)$  为距离函数；结合对  $P(\dots)$  的讨论，可以取距离函数为：

$$D(\dots): \quad D = (\Delta\rho)^2 = \rho^2 + \rho^{*2} + 2 \cdot \rho \cdot \rho^* \cdot \text{Cos}\Delta\theta$$

所以目标函数的具体形式为：

$$\text{Min } \{J = \sum (\Delta\rho_i)^2 = \sum (\rho_i^2 + \rho_i^{*2} + 2 \cdot \rho_i \cdot \rho_i^* \cdot \text{Cos}\Delta\theta_i)\}$$

对目标函数J的最优化采取变尺度DFP法，其迭代步骤如下：

- 1)、给定初始值  $V(0)$  及允许误差  $e > 0$ ;
- 2)、若  $\|J(v(0))\| \leq e$  则  $V(0)$  即为近似极小点，迭代停止。否则继续迭代，转向3)；
- 3)、令  $H(0) = I$ ,

$$S(0) = -H(0)^* J(v(0)).$$

在  $S(0)$  方向上进行一维搜索，确定最佳步长  $\alpha(0)$ ：

$$\min J(V(0) + \alpha(0) S(0)) = J(V(0) + \alpha(0)^* S(0))$$

如此得到下一个近似点： $V(1) = V(0) + \alpha(0)^* S(0)$ 。

- 4)、一般地，设已得近似点  $V(k)$ ，算出  $J(v(k))$ ，若  $\|J(v(k))\| \leq e$  则  $V(k)$  即为所求解，否则令

$$H^{(k+1)} = H^{(k)} + \Delta H^{(k)} = \frac{\Delta V^{(k)} * (\Delta V^{(k)})^T}{(\Delta G^{(k)})^T * \Delta V^{(k)}} - \frac{H^{(k)} * \Delta G^{(k)} * (\Delta G^{(k)})^T * H^{(k)}}{(\Delta G^{(k)})^T * H^{(k)} * \Delta G^{(k)}};$$

$$\Delta G^{(k)} = \nabla J(V^{(k+1)}) - \nabla J(V^{(k)});$$

$$S(k) = -H(k)^* J(v(k))$$

在  $S(k)$  方向上进行一维搜索，确定最佳步长  $\alpha(k)$ ：

$$\min J(V(k) + \alpha(k) S(k)) = J(V(k) + \alpha(k)^* S(k))$$

如此得到下一个近似点： $V(k+1) = V(k) + \alpha(k)^* S(k)$ 。

若  $V(k+1)$  点满足精度要求，则  $V(k+1)$  即为所求的近似解。否则，转回步骤4)，直到求出满足精度的点为止。

采用DFP变尺度寻优法涉及初始值选取问题，它决定了寻优时间的长短。利用人工交互的形式，可以使待校正数字地图大致与精确地图吻合以后再利用DFP算法，这就很好地解决了初值选取问题，并保证了V一开始就处于解空间的某峰值附近。至于一维搜索，注意到一维搜索目标函数的主因子为余弦函数，利用余弦函数的周期性，结合半区间法和二项式拟合法，既保证了搜索的速度又确保了搜索的精度。详细算法由于篇幅所限，不再累述。

## 四、算法结果和讨论

笔者利用上述算法，对数字地图数据进行校正，获得了很好的效果，既达到了校正的精度，又确保了算法的实用性，校正时间在Pentium 133机上只需以秒记。下面是校正前与校正后的数字地图图示。

本文从系统辨识的观点出发，笔者探讨了一种只利用少数控制点的实用性极好的自动校正算法，它

之区别于其他算法的优点在于，这种方法所需的控制点数少，校正时间短，而校正精度又足够实际的GPS、GIS应用系统的要求，因而具有很好的实用性。



合肥市数字地图（部分）

上图是待校正地图，地图中'⊕'表示坐标原点，'十'表示控制点，共取了九个控制点；其中，白色十字表示精确点，深色十字表示带校正点。深色粗线表示从GPS卫星接受的精确的地图轨迹。

从图中可以看出，地图与精确轨迹有一定偏差。



合肥市数字地图（部分）

上图是校正后的地图，从图中可见，表示精确地图数据的GPS数据--深色粗线已经与地图的道路完全吻合，地图得到了很好的校正！而校正时间只需一秒左右。

### 参考文献：

1. 孙德敏《工程最优化方法及应用》合肥.中国科技大学出版社 1991.
2. 蔡季冰《系统辨识》北京.北京理工大学出版社 1991.
3. 《ARC/INFO中国通讯》香港富融科技有限公司 1995.1.
4. 《地图制图自动化译文专辑》国家测绘总局测绘科学研究院,测绘出版社 1981.
5. 《GPS World》Advanstar Communications 1995-1996.

# An Auto-proofreading Algorithm of Geographic VectorMap

Guo jiehua Yao zhenwang Bao yuanl ü Zhang wangsheng  
( Automation Department of USTC, Hefei Anhui, 230027 )

**Abstract** This paper describes an algorithm in the view of system identification and optimization about how to proofread a digital map in the form of vectormap. As it needs only few sampled points 、 has high speed and enough precision it is very practical.Finally it is used in the proofreading of Hefei geographic vectormap and satisfied results have been getted.

**Keyword** GPS , GIS , geographic vectormap , mapping , optimization , identification

## 作者简介

**郭杰华**，男，25岁，学士学位，毕业于中国科学技术大学自动化系，现在中国科学技术大学自动化系攻读硕士学位，从九四年起主要研究GPS技术、GIS技术、分布式多媒体数据库以及数字图像处理。

**姚振旺**，男，23岁，学士学位，毕业于中国科学技术大学自动化系，现就职于某公司。主要研究GIS技术、面向对象技术。